

Lambda-calcul 2: types

Introduction à la sémantique formelle

David Blunier · Université de Poitiers L3 · Printemps 2025



Types

- Une grande innovation de LL est l'introduction de **types**.
- Les **types** nous permettent de représenter et de définir un nombre infiniment grand d'entités dans LL.
- Un **type** désigne la catégorie syntaxique d'une expression donnée dans LL.
- Ils servent à représenter quel type de dénotation une expression peut avoir, ainsi qu'à contraindre le type d'expressions avec lequel ils peuvent se combiner.

Types

- Nous avons deux types de base dans LL: e et t .

Types

e : le type correspondant aux **entités**, représentant des **individus** (variables, constantes);

t : le type correspondant aux **valeurs de vérité**, représentant des formules.

Types

- À partir de ces types simples, nous pouvons créer des **types complexes**, également appelés des **types-fonctions**:

$$\langle e, t \rangle$$

Ce type correspond à une fonction: une fonction prenant des individus (type e) et renvoyant à une valeur de vérité (type t).

Types

- Il n'y a pas de limites quant à la complexité des types: nous pouvons les créer de **façon réursive**:

$$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$$

Ceci correspond à une fonction demandant un individu, et renvoyant à une fonction demandant un autre individu et renvoyant à une valeur de vérité.

- Il s'agit du type des prédicats transitifs comme *aimer*, *être le frère de*.

Types

- Voici la définition récursive des types:

e est un type;

t est un type;

Si σ est un type et τ est un type, alors $\langle \sigma, \tau \rangle$ est un type;

Rien d'autre n'est un type.

- Comme d'habitude, σ et τ sont des **méta-variables** sur des types.

Types

- Par exemple, les éléments suivants sont des types d'après notre définition:

e

$\langle e, e \rangle$

$\langle e, t \rangle$

$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle, t \rangle$

...

Exercice

- Identifiez le type de chacune des expressions suivantes:

$\lambda x.x$

$\lambda x.P(x)$

P

db

x

$P(x)$

$[\lambda x.P(x)](s)$

$P(f)$

$\lambda y.\lambda x.R(x, y)$

Exercice

- Identifiez le type de chacune des expressions suivantes:

$\lambda x.x$ $\langle e, e \rangle$

$\lambda x.P(x)$ $\langle e, t \rangle$

P $\langle e, t \rangle$

db e

x e

$P(x)$ t

$[\lambda x.P(x)](s)$ t

$P(f)$ t

$\lambda y.\lambda x.R(x, y)$ $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$